

Séminaire Bourbaki du vendredi

VENDREDI 31 MARS 2023

Institut Henri Poincaré (salle 314)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

14h Romain TESSERA
introduction aux cônes asymptotiques

Dans cet exposé introductif, nous tenterons d'expliquer dans les grandes lignes des notions introduites indépendamment par Paulin et Bestvina à la fin des années 80. L'idée est de considérer une topologie naturelle sur un ensemble d'espaces métriques munis d'actions par isométries d'un groupe fixé G . Dans les exemples qui nous intéressent, ces espaces sont hyperboliques au sens de Gromov, et nous nous intéresserons tout particulièrement aux points d'accumulation, qui sont des arbres réels.

15h Mirna DŽAMONJA
Les axiomes de forcing

Le forcing est une méthode qui permet de passer d'un univers (modèle) V de la théorie de ZFC des ensembles, à un autre $V(G)$, enrichi par un nouvel objet « générique » G qui est construit à partir d'approximations organisées par un ordre partiel, nommé l'ordre de forcing. Le mot générique signifie que G est choisi de la manière à assurer un certain nombre de conditions, qui sont exprimées en ayant une intersection non-vide avec des ensembles dits denses. À la différence des constructions inductives, où l'existence de l'objet construit par les approximations organisées sur un bon ordre est assuré par les principes de ZFC, les constructions organisées par un ordre partiel ne donnent pas lieu en général à un objet générique qui existe dans le même univers de ZFC. Pour cette existence, il faut payer le prix en enrichissant l'univers (cela ressemble à la théorie de Galois), d'où le passage à $V(G)$. Néanmoins, il est possible d'avoir des univers de ZFC qui sont saturés par rapport de l'existence de quelques-uns de ces génériques. Par exemple, un univers qui satisfait l'Axiome de Martin (MA), possédera un objet générique pour tout forcing avec la propriété ccc et pour toute famille d'ensembles denses qui est de cardinalité \aleph_1 .

La cohérence de ZFC implique la cohérence de ZFC+MA et, avec des hypothèses plus fortes que la cohérence de ZFC, on peut obtenir la cohérence de modèles qui vérifient des axiomes encore plus forts que MA.

L'exposé expliquera quelques-uns de ces axiomes et leurs conséquences, notamment sur l'hypothèse du continu.

16h30 Maxime BOURRIGAN
Homologie de Morse et simplicité de groupes de transformations

Nous présenterons deux « miniatures » évoquant certains aspects du théorème énoncé dans le titre de l'exposé d'Étienne Ghys.

Nous aborderons d'abord le thème de la simplicité des groupes d'homéomorphismes et de difféomorphismes à travers le cas du cercle, déjà étonnamment subtil.

Dans un deuxième temps, nous introduirons l'homologie de Morse, une manière de calculer l'homologie d'une variété à partir d'une fonction définie dessus, et plus précisément à partir de l'étude dynamique de son gradient. Cette construction est une espèce de modèle réduit de l'outil crucial pour le théorème de Cristofaro-Gardiner, Humilière et Seyfaddini : l'homologie de Floer.