

# Séminaire N. Bourbaki

**SAMEDI 18 JUIN 2022**

Institut Henri Poincaré (amphi. Hermite)  
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

**11h00** Thomas HAETTEL

**La conjecture du  $K(\pi, 1)$  pour les groupes d'Artin affines,**  
*d'après Giovanni Paolini, Mario Salvetti*

---

Considérons un groupe de Coxeter  $W$  affine, agissant par isométries sur l'espace euclidien  $\mathbb{R}^n$ , ainsi que l'arrangement des hyperplans de ses réflexions. Le complémentaire  $Y_W$  du complexifié de cet arrangement dans  $\mathbb{C}^n$ , quotienté par  $W$ , a pour groupe fondamental le groupe d'Artin affine  $G_W$  associé à  $W$ . La conjecture du  $K(\pi, 1)$  affirme dans ce cas que l'espace  $Y_W$  est un espace classifiant pour  $G_W$ . Elle a été démontrée récemment par Paolini et Salvetti, en s'appuyant sur les travaux de McCammond et Sulway. Nous présenterons des ingrédients de la preuve, qui repose notamment sur l'étude des structures de Garside duales pour les groupes d'Artin affines, les factorisations des isométries euclidiennes et la décortiquabilité des partitions non croisées affines. Une conséquence est que les groupes d'Artin affines, ainsi que les groupes cristallographiques tressés, ont un espace classifiant fini.

**14h30** Sarah PELUSE

**Recent progress on bounds for sets with no three terms in arithmetic progression,**  
*d'après Bloom, Sisask, Croot, Lev, Pach, Ellenberg, Gijswijt*

---

A famous conjecture of Erdős states that if  $S$  is a subset of the positive integers and the sum of the reciprocals of elements of  $S$  diverges, then  $S$  contains arbitrarily long arithmetic progressions. If one could prove, for each positive integer  $k$ , sufficiently good bounds for the size of the largest subset of the first  $N$  integers lacking  $k$ -term arithmetic progressions, then Erdős's conjecture would follow. There is thus great interest in the problem of proving the strongest possible bounds for sets lacking arithmetic progressions of a fixed length. In this talk, I will survey the recent advances of Bloom–Sisask on this problem for length three progressions and of Croot–Lev–Pach and Ellenberg–Gijswijt on the analogous problem in  $\mathbf{F}_3^n$  (the "cap set problem"). These two advances rely on very different techniques —Fourier analytic methods and a version of the polynomial method, respectively— and I will give an overview of both.

**16h00** Philippe MICHEL

**Recent progress on the subconvexity problem**

---

The subconvexity problem aims at providing non-trivial (ie. subconvex) bounds for central values of automorphic L-functions; the main conjecture in this area is the Generalized Lindelöf Hypothesis which itself is a consequence of the Generalised Riemann Hypothesis. This lecture will survey several advances that have been made on this question during the past ten years : these include the delta-symbol approach of R. Munshi, the Weyl type bounds of I. Petrow and M. Young (both use the Dirichlet  $L$ -series representation of the central values) and the work of P. Nelson and A. Venkatesh (who use the automorphic period representations for the central value).