Séminaire Bourbaki du vendredi

VENDREDI 17 JUIN 2022

Institut Henri Poincaré (amphi. Darboux)
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005 Paris

14h00 Anne DE ROTON
Progressions arithmétiques de longueur 3 dans des ensembles d'entiers de densité positive : le théorème de Roth

En 1953, Roth démontra que tout ensemble d'entiers de densité supérieure positive contient des progressions arithmétiques de longueur trois, c'est à dire des solutions (x, y, z) à l'équation $x + y = 2z$. Ce théorème s'inscrit dans le cadre de la théorie de Ramsey qui assure l'existence de structures, ici additives, dans tout ensemble suffisamment gros. La démonstration du théorème de Roth est élégante et repose sur une idée naturelle : ne pas contenir de progressions arithmétiques pour un gros ensemble d'entiers révèle un défaut d'uniformité. Il s'agit ensuite d'exploiter ce biais pour obtenir des informations sur la structure de l'ensemble et in fine, une contradiction. L'analyse de Fourier discrète est utilisée dans l'argumentation, pour mesurer le défaut d'uniformité d'un ensemble et pour le lier à la concentration de l'ensemble sur de grandes progressions arithmétiques. Nous parcourrons la preuve de ce beau théorème en insistant sur le rôle fondamental que l'analyse de Fourier y joue. Nous expliquerons également la spécificité de l'équation $x + y = 2z$ (ensembles sans progression) et la différence avec les équations $x + y = z$ (ensembles sans somme) et $x + y = z + t$ (ensembles de Sidon) qui sont aussi des exemples centraux en combinatoire additive.

15h30 Thomas GOBET
Groupes de tresses, groupes d'Artin, groupes de Garside : une introduction

Les groupes de tresses ont été introduits par Emil Artin en 1925 et possèdent des incarnations dans divers domaines des mathématiques, tels que la théorie des nœuds, la théorie des représentations, la physique mathématique. . .L'une des généralisations possibles des groupes de tresses, de nature algébrique, est donnée par les groupes d'Artin (ou groupes d'Artin–Tits). Ceux-ci sont définis par générateurs et relations à partir d'un système de Coxeter arbitraire. On s'attend à ce que diverses propriétés algébriques des groupes de tresses se généralisent aux groupes d'Artin généraux. On conjecture par exemple qu'ils admettent une solution au problème des mots, sont sans torsion, ou encore que leur centre est trivial lorsqu'ils sont associés à un système de Coxeter infini et irréductible. Malgré d'importants progrès durant les cinquante dernières années, ces questions restent ouvertes pour les groupes d'Artin généraux. Nous présenterons quelques-unes de ces conjectures et questions, qui sont résolues dans le cas où le groupe d'Artin est de type sphérique, c'est-à-dire, associé à un système de Coxeter fini. Une façon de répondre à ces questions de façon essentiellement uniforme dans ce cas-là est de réaliser les groupes d'Artin comme groupes de Garside. Nous présenterons la combinatoire des groupes de Garside, et expliquerons pourquoi de tels groupes admettent une solution au problème des mots, sont sans torsion et possèdent un centre non trivial.

Association des collaborateurs de N. Bourbaki
Institut Henri Poincaré, 11 rue Pierre-et-Marie-Curie, 75231 Paris Cedex 05
Courriel : association@bourbaki.fr Web : www.bourbaki.fr Twitter : @Betty_Bourbaki