

# Séminaire Bourbaki du vendredi

**VENDREDI 26 JANVIER 2022**

Institut Henri Poincaré (amphi.  
Darboux)  
11 rue Pierre et Marie Curie, 75005  
Paris

**14h00** Vincent LAFFORGUE  
**Trous spectraux non linéaires**

---

Dans cet exposé élémentaire et introductif, nous commencerons par rappeler les trous spectraux linéaires, la notion de graphes expanseurs et ses motivations. Puis nous définirons les trous spectraux non linéaires et donnerons plusieurs exemples : la propriété (T) renforcée et ses applications, des travaux de Mendel et Naor sur les plongements de certains graphes expanseurs dans des espaces métriques, et enfin les trous spectraux non linéaires qui interviennent dans la preuve par Naor du théorème de John moyen.

**15h15** Farrell BRUMLEY  
**La sous-convexité au coeur de la théorie analytique des nombres  
et au service de l'équirépartition effective**

---

L'hypothèse de Riemann précise la nature optimale de la distribution horizontale des zéros de la fonction zêta de Riemann dans le plan complexe. Elle a comme corollaire un énoncé plus élastique, l'hypothèse de Lindelöf, qui majore la croissance verticale de la fonction zêta sur la droite critique. Même cette dernière, plus faible, semble hors de portée à l'heure actuelle, et on appelle "borne sous-convexe" toute approximation non triviale apportant un progrès partiel. Le problème de sous-convexité pour zêta, résolu par Weyl et Hardy–Littlewood, est étroitement lié à un problème d'équirépartition sur le cercle ainsi que des sommes d'exponentielles. Des variantes plus modernes, où l'on cherche à établir des bornes sous-convexes pour des familles de fonctions L plus générales, interviennent dans des questions d'équirépartition arithmétiques de nature très profonde, telles que l'équirépartition des points spéciaux sur la courbe modulaire. Dans cet exposé on expliquera la progression de ces idées, qui ont alimenté les recherches en théorie analytique des nombres (et, indirectement, la théorie ergodique) au cours des dernières années.

**16h30** Anne-Sophie DE SUZZONI  
**Criticité et phénomènes d'explosion pour l'équation de  
Schrödinger semi-linéaire**

---

Dans cet exposé, on présentera les solutions singulières de l'équation de Schrödinger semi-linéaire. Ces objets émergent naturellement dans la dynamique de cette équation. En effet, ils présentent une certaine forme d'autosimilarité et de stabilité. On expliquera la notion d'autosimilarité de part les symétries de l'équation. En particulier, on présentera le résultat de Bahri, Martel et Raphaël de 2021 qui construit un prototype de telles solutions. Cet exposé a été préparé en collaboration avec Charles Collot.