# Séminaire Nicolas Bourbaki

## Samedi 21 octobre 2017

Serge CANTAT

**Progrès récents concernant le programme de Zimmer**, *d'après A. Brown, D. Fisher, et S. Hurtado*

Soit $\Gamma$ un réseau d'un groupe de Lie simple $G$, par exemple le réseau $SL_n(\mathbf{Z})$ du groupe $SL_n(\mathbf{R})$. Lorsque le rang de $G$ est supérieur ou égal à 2, les théorèmes de rigidité de Mostow et Margulis imposent des contraintes fortes aux représentations linéaires de $\Gamma$ de dimension finie. Le programme de Zimmer demande ce qui persiste de ces contraintes pour les actions par difféomorphismes. Par exemple, $\Gamma$ peut-il agir fidèlement sur une variété compacte de dimension strictement inférieure au rang de $G$ ? Je décrirai quelques résultats récents qui permettent de répondre partiellement à cette question.

Olivier GUICHARD

**Groupes convexes–cocompacts en rang supérieur**

Les groupes convexes–cocompacts constituent un objet central en géométrie hyperbolique et plus généralement en courbure strictement négative. En 2005, Labourie a introduit la notion de sous-groupe « Anosov » qui s'est imposée progressivement comme la bonne généralisation des groupes convexes–cocompacts, particulièrement suite aux travaux de Kapovich, Leeb et Porti. Cet exposé passera en revue les différentes caractérisations de ces groupes, insistera sur le parallèle (ou non) avec la courbure négative et donnera leurs propriétés fondamentales (stabilité structurelle, non distorsion, etc.).

Olivier DUDAS

**Splendeur des variétés de Deligne–Lusztig**, *d'après Deligne–Lusztig, Broué, Rickard, Bonnafé–Dat–Rouquier*

Les travaux fondateurs de Deligne et Lusztig en 1976 ont permis la construction et l'étude des représentations complexes des groupes réductifs finis (tels que $GL_n(q)$ et $Sp_{2n}(q)$), à partir de la cohomologie de certaines variétés algébriques désormais connues sous le nom de « variétés de Deligne–Lusztig ». Dans cet exposé nous tâcherons d'expliquer comment ces constructions s'adaptent parfaitement au cas des représentations dites modulaires (à coefficients dans un corps de caractéristique positive). Nous l'illustrerons en détaillant les travaux récents de Bonnafé–Rouquier (2003) et Bonnafé–Dat–Rouquier (2017) sur la constructions d'équivalences splendides entre blocs de représentations, équivalences prédites par Broué 25 ans auparavant.

Simon RICHE

**La théorie de Hodge des bimodules de Soergel**, *d'après Soergel et Elias–Williamson*

Les bimodules de Soergel sont certains bimodules sur des algèbres de polynômes, associés à des groupes de Coxeter, et introduits par Soergel dans les années 90 dans le cadre de son étude de la catégorie O des algèbres de Lie semisimples complexes. Bien que leur définition soit algébrique et assez élémentaire, certaines de leurs propriétés cruciales n'étaient connues jusqu'à présent que dans le cas des groupes de Coxeter cristallographiques, où on peut interpréter ces bimodules comme la cohomologie d'intersection équivariante de variétés de Schubert. Dans des travaux récents Elias et Williamson ont démontré ces propriétés en toute généralité en montrant que ces bimodules possèdent des propriétés « de type Hodge », même quand ils ne peuvent pas s'interpréter en terme de cohomologie d'intersection. Ces travaux impliquent la positivité des polynômes de Kazhdan–Lusztig en toute généralité et fournissent une preuve algébrique de la conjecture de Kazhdan–Lusztig.