Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 5 novembre 2016

Piotr CHRUŚCIEL

Anti-gravité à la Carlotto et Schoen

Les équations d'Einstein sont, dans leur nature, hyperboliques. Leurs solutions peuvent donc être construites en développant dans le temps des données initiales. Une des difficultés de la théorie est que ces données initiales ne sont pas arbitraires mais soumises à des équations dites de contraintes. Dans le cas où la donnée initiale de type vitesse est nulle, ces équations se réduisent à l'équation de courbure scalaire prescrite, qui a un intérêt géométrique en elle-même.

Une des méthodes de construction de solutions des équations de contraintes est la méthode de recollement, introduite par Corvino et Schoen. Dans mon exposé, je présenterai cette méthode et passerai en revue ses applications. En particulier je décrirai une construction récente de Carlotto et Schoen qui montre que l'on peut « cacher un champ gravitationnel avec un autre » en produisant, par exemple, des données initiales qui sont identiquement minkowskiennes sur un demi-espace et non triviales sur l'autre.

Arnaud de MESMAY

Nœuds, mouvements de Reidemeister et algorithmes, *d'après Lackenby*

Un nœud est souvent représenté par un diagramme de nœud, c'est-à-dire une projection sur deux dimensions, où l'on indique à chaque croisement lequel des deux brins passe au-dessus de l'autre. Deux diagrammes représentent alors le même nœud si et seulement si ils peuvent être reliés par une série de mouvements locaux, appelés mouvements de Reidemeister. Dans cet exposé, nous présenterons un résultat de Lackenby montrant que, partant d'un diagramme à c croisements du nœud trivial, un nombre polynomial en c de tels mouvements suffit pour arriver au diagramme trivial. La preuve s'appuie sur la théorie des surfaces normales et les travaux de Dynnikov sur les présentations par arcs. En corollaire, cela fournit un algorithme (exponentiel) pour reconnaître les nœuds triviaux, et nous en profiterons pour discuter de quelques problèmes algorithmiques autour des nœuds et des entrelacs.

Mihai PĂUN

Positivité de l'image directe du fibré canonique relatif d'un espace fibré et applications, *d'après Bo Berndtsson*

Les propriétés de positivité du faisceau canonique relatif correspondant à un espace fibré ont fait l'objet de beaucoup de recherches en géométrie algébrique (à commencer par les travaux de Ph. Griffiths), ainsi qu'en analyse complexe (*cf.* M. Suzuki, H. Yamaguchi). Il y a quelques années, B. Berndtsson a obtenu un théorème de positivité très général qui unifie les résultats précédents, en utilisant les méthodes L^2 combinées avec la théorie de Hodge standard. Le but de notre exposé est de présenter son résultat principal, ainsi que les nombreuses applications qui en ont été déduites entre-temps.

Emmanuel PEYRE

Progrès en irrationalité, *d'après C. Voisin, J.-L. Colliot-Thélène, B. Hassett, A. Kresch, A. Pirutka, Y. Tschinkel et al.*

C. Voisin a inventé une nouvelle méthode pour prouver que des classes de variétés ne sont pas stablement rationnelles, c'est-à-dire que leur produit avec un espace affine n'est pas rationnel. Cette méthode repose sur la décomposition de la diagonale dans le groupe de Chow et sur des propriétés de spécialisation de cette décomposition. Parmi ces nouvelles familles, mentionnons les revêtements doubles de l'espace projectif de dimension trois ou quatre ramifiés le long d'une hypersurface quartique très générale et les solides quartiques très généraux. Ces méthodes permettent également de démontrer que la rationalité ne se conserve pas par déformation, même au sein d'une famille de variétés lisses de dimension quatre.