Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 19 mars 2016

Jean–Pierre DEMAILLY

Approche variationnelle pour les équations de Monge-Ampère complexes et applications géométriques, *d'après Berman, Boucksom, Eyssidieux, Guedj, Zeriahi...*

Les équations de Monge-Ampère sur les variétés kählériennes compactes peuvent être résolues par une méthode variationnelle indépendante du théorème de Yau. La technique repose sur l'étude de certaines fonctionnelles (Ding-Tian, Mabuchi) sur l'espace des métriques de Kähler, et sur leur convexité géodésique, due à Berndtsson-Berman dans sa forme générale. Les applications incluent l'existence et l'unicité de métriques de Kähler-Einstein sur les variétés $\mathbb{Q}$-Fano à singularités terminales, et une nouvelle preuve d'une version uniforme de la conjecture de Yau-Tian-Donaldson..

Ludovic RIFFORD

Singulières minimisantes en géométrie sous-riemanniennes, *d'après Hakavuori, Le Donne, Leonardi, Monti...*

L'un des problèmes fondamentaux en géométrie sous-riemannienne porte sur la régularité des géodésiques minimisantes. Une structure sous-riemannienne sur une variété correspond à la donnée d'une distribution totalement non holonome et d'une métrique sur celle-ci. La propriété de non-intégrabilité de la distribution garantit l'existence de courbes horizontales, c'est-à-dire tangentes à la distribution, entre tous points et la métrique permet de définir une notion de distance sur la variété. Comme en géométrie riemannienne, sous des hypothèses appropriées on peut montrer l'existence de courbes horizontales minimisant la longueur, mais contrairement au cas riemannien de telles courbes ne sont pas nécessairement solutions d'une « équation géodésique ». Ce phénomène est à l'origine du problème de régularité des « singulières minimisantes » en géométrie sous-riemannienne.

Sergei STARCHENKO

NIP, Keisler measures and combinatorics, *after H.J. Keisler, E. Hrushovski, A. Pillay, Y. Peterzil, P. Simon,...*

Keisler measures were introduced by H.J. Keisler in 1987 as finitely additive probability measures on Boolean algebras of definable sets. Almost 20 years later Keisler's work was revisited, significantly improved and deepened in a series of papers by E. Hrushovski, A. Pillay, Y. Peterzil, P. Simon. In this talk I will survey Keisler measures and try to demonstrate that Keisler's measures on so called distal structures provide a very natural framework for various combinatorial problems.

Geordie WILLIAMSON

The Hodge theory of the Decomposition Theorem, *after M. A. de Cataldo and L. Migliorini*

In its simplest form the Decomposition Theorem asserts that the rational intersection cohomology of a complex projective variety occurs as a summand of the cohomology of any resolution. This deep theorem has found important applications in algebraic geometry, representation theory, number theory and combinatorics. It was originally proved in 1981 by Beilinson, Bernstein, Deligne and Gabber as a consequence of Deligne's proof of the Weil conjectures. A different proof was given by Saito in 1988, as a consequence of his theory of mixed Hodge modules. More recently, de Cataldo and Migliorini found a much more elementary proof which uses only classical Hodge theory and the theory of perverse sheaves. We present the theorem and outline the main ideas involved in the new proof.