Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 16 novembre 2013

Anne de BOUARD

Construction de solutions pour des EDP surcritiques à données initiales aléatoires, *d'après N. Burq et N. Tzvetkov*

Grâce à un argument d'échelle introduit pour la première fois par Ginibre et Velo, certaines équations aux dérivées partielles admettent un exposant de régularité critique en dessous duquel le problème de Cauchy est réputé mal posé. Cette conjecture a été démontrée dans certains cas (notamment par Lebeau d'une part et Christ-Colliander-Tao d'autre part, pour l'équation des ondes non linéaire ou l'équation de Schrödinger non linéaire). Nous expliquerons comment N. Burq et N. Tzvetkov construisent néanmoins des solutions locales (ou globales dans certains cas) pour de telles équations, pour presque toute donnée initiale choisie aléatoirement dans une classe de régularité inférieure à ce seuil de régularité critique.

Gilles COURTOIS

Le lemme de Margulis en courbure de Ricci minorée, *d'après Vitali Kapovitch et Burkhard Wilking*

Le lemme de Margulis affirme qu'il existe une constante strictement positive $\mu(n)$ telle que pour toute variété riemannienne (M, g) de dimension n et de courbure sectionnelle comprise entre -1 et 0, et tout point x de M, le sous-groupe du groupe fondamental de M en x engendré par les lacets de longueur inférieure à $\mu(n)$ contient un sous-groupe nilpotent d'indice fini, majoré par une constante $C(n)$. La démonstration de ce lemme résulte, dans le cas homogène, d'une observation très simple sur les commutateurs de matrices et s'y ramène, dans le cas riemannien, en considérant l'holonomie le long des lacets. Le but de cet exposé est d'expliquer la démonstration, par V. Kapovitch et B. Wilking, du lemme de Margulis lorsque (M, g) appartient à l'ensemble $\mathcal{M}(n)$ des variétés riemanniennes de dimension n à courbure de Ricci minorée par -1. Sous cette seule hypothèse de borne inférieure sur la courbure de Ricci, la preuve est de nature profondément différente : elle repose sur des travaux de J. Cheeger et T. Colding concernant la structure des espaces métriques au bord de $\mathcal{M}(n)$.

Laurent DESVILLETTES

Progrès récents concernant le programme de Kac en théorie cinétique, *d'après Stéphane Mischler et Clément Mouhot*

Le programme de Kac s'incrit dans le cadre général du 6^{e} problème de Hilbert, qui vise à axiomatiser une partie de la physique mathématique, et en particulier la théorie cinétique des gaz. Il explique en quoi certaines équations non-linéaires de la physique macroscopique peuvent être vues comme des limites de systèmes avec un nombre fini de particules. Récemment, S. Mischler et C. Mouhot ont proposé de nouvelles estimations pour ce programme qui sont à la fois plus explicites que celles qui étaient précédemment connues et mieux compatibles avec les limites en temps grand.

Lou van den DRIES

Approximate groups, *according to Hrushovski and Breuillard, Green, Tao*

Given a group G, a symmetric subset X containing the identity is said to be a K-approximate group if XX can be covered by at most K translates gX. Here K is a positive integer. The main result describes a finite K-approximate group as being essentially finite-by-nilpotent.