Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 29 mars 2014

Olivier BENOIST

Construction de courbes sur les surfaces K3

La conjecture de Tate prédit l'existence de courbes sur les surfaces algébriques définies sur un corps fini. On présentera des travaux récents de Maulik, Charles et Madapusi Pera, qui ont permis d'achever la démonstration de cette conjecture dans le cas des surfaces K3 (en caractéristique différente de 2). On expliquera également des applications de la conjecture de Tate à la construction de courbes rationnelles sur les surfaces K3, dues à Bogomolov-Hassett-Tschinkel et Li-Liedtke.

Erwin BOLTHAUSEN

Ultrametricity in mean-field spin glasses

Ultrametricity lies at the core of the Parisi theory of spin glasses, particularly for the Sherrington-Kirkpatrick model. In a vague sense, it claims that the Gibbs measure is hierarchically organized. This picture was crucial for the original derivation by Parisi of the free energy using the non-rigorous replica method, and also in the later developed cavity method by Mézard and Parisi. However, the first rigorous proof by Talagrand of the Parisi formula completely avoided a discussion of ultrametricity, and in fact, it was not possible to prove ultrametricity by Talagrand's method. In a recent development, this point was clarified to a large extent, at least for the SK-model and related ones. It is based on a proof that a slightly perturbed SK-model satisfies the so-called Ghirlanda-Guerra identities, and then in the proof by Panchenko that these identities imply ultrametricity. This then leads also to a new proof of the Parisi-formula for the free energy, which is conceptually very close to the original physicists picture of mean-field type spin glasses.

François GOLSE

De Newton à Boltzmann et Einstein : validation des modèles cinétiques et de diffusion, *d'après T. Bodineau, I. Gallagher, L. Saint-Raymond, B. Texier*

La théorie cinétique des gaz de Maxwell et Boltzmann s'est trouvée au cœur de controverses scientifiques majeures. L'incompatibilité supposée entre le caractère réversible des équations de la mécanique classique et l'augmentation de l'entropie, qui, dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, est une propriété mathématique de l'équation de Boltzmann connue sous le nom de théorème H, était l'un des arguments couramment utilisés contre la validité de cette théorie.

Il a fallu attendre environ un siècle pour que O. Lanford propose, en 1974, une stratégie de preuve permettant de démontrer que l'équation de Boltzmann décrit une certaine limite asymptotique des équations de Newton de la mécanique classique pour un système formé d'un très grand nombre N de particules sphériques identiques n'interagissant qu'au cours de collisions élastiques. Un travail récent de I. Gallagher, L. Saint-Raymond et B. Texier précise la preuve de Lanford et l'étend au cas où l'interaction entre particules est décrite par un potentiel à très courte portée.

Un article ultérieur de T. Bodineau, I. Gallagher et L. Saint-Raymond étudie ensuite la dynamique d'une particule marquée parmi N dans la même limite asymptotique, établissant ainsi la validité de l'équation de Boltzmann linéaire sur un intervalle de temps dont la longueur tend vers l'infini avec N. En utilisant des résultats aujourd'hui classiques sur la théorie asymptotique de l'équation de Boltzmann linéaire, les mêmes auteurs démontrent que le processus stochastique connu sous le nom de mouvement brownien décrit une certaine limite de la dynamique *déterministe* de particules en interaction.

Emmanuel KOWALSKI

Écarts entre nombres premiers, et nombres premiers dans les progressions arithmétiques, *d'après Y. Zhang et J. Maynard*

Y. Zhang et J. Maynard ont récemment bouleversé nos connaissances concernant la répartition des nombres premiers. Zhang a d'abord démontré l'existence d'une infinité de paires de nombres premiers à distance bornée l'un de l'autre. Maynard a obtenu ensuite des bornes plus fortes ainsi que des résultats similaires pour les triplets, quadruplets, etc., de nombres premiers à distance bornée.

Ces résultats extraordinaires sont basés sur la méthode découverte par Goldston, Pintz et Yıldirim pour l'étude de cette question. La méthode de Zhang s'appuie sur la preuve d'un énoncé de répartition des nombres premiers dans les progressions arithmétiques, au-delà de ce que permet l'Hypothèse de Riemann, qui est plus adapté que ceux connus depuis les travaux de Fouvry, Bombieri, Friedlander et Iwaniec. Celle de Maynard s'avère être plus élémentaire et ne fait appel qu'au théorème de Bombieri-Vinogradov. Les deux approches seront présentées.