Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 21 juin 2014

Thierry COQUAND

Théorie des types dépendants et axiome d'univalence

Cet exposé sera une introduction à la théorie des types dépendants et à l'axiome d'univalence. Cette théorie est une alternative à la théorie des ensembles comme fondement des mathématiques. Guidé par une interprétation d'un type comme un espace topologique « à homotopie près » (type d'homotopie), V. Voevoedsky a introduit une stratification des types suivant la complexité de leur égalité, qui fait apparaître la théorie des types comme une généralisation de la théorie des ensembles. Il a aussi formulé l'axiome d'univalence qui est une forme très forte du principe d'extensionalité. On discutera en particulier de quelques conséquences de cet axiome pour la représentation formelle de la notion de catégorie.

Thomas C. HALES

Developments in formal proofs

A formal proof is a proof that can be read and verified by computer, directly from the fundamental rules of logic and the foundational axioms of mathematics. The technology behind formal proofs has been under development for decades and grew out of efforts in the early twentieth century to place mathematics on secure foundations. In recent years, this technology has made remarkable advances. Notably, a project led by Georges Gonthier has produced a complete formal verification of the odd-order theorem of Feit and Thompson. This presentation will describe major recent developments in this field.

Jacques SMULEVICI

La conjecture de courbure L^2, *d'après S. Klainerman, I. Rodnianski et J. Szeftel*

La relativité générale est l'un des piliers de la physique théorique moderne. Mathématiquement, il s'agit de l'étude des variétés lorentziennes satisfaisant aux équations d'Einstein, un système d'équations aux dérivées partielles déterminant l'évolution de la géométrie de la variété. La « conjecture de courbure L^2 », proposée par Klainerman en 1999, affirme que le problème aux données initiales est bien posé dans la classe des métriques telles que le tenseur de courbure est localement dans L^2. Après une brève introduction à l'étude des équations d'Einstein, nous présenterons les travaux récents de Klainerman, Rodnianski et Szeftel démontrant cette conjecture. Ce résultat fondamental est le point d'orgue d'une longue série de travaux dédiés aux équations d'ondes quasi-linéaires à faible régularité.

Alain VALETTE

Le problème de Kadison-Singer

En 1959, R.V. Kadison et I.M. Singer demandaient si tout état pur de l'algèbre des matrices diagonales sur ℓ^2, s'étend en un unique état pur sur $B(\ell^2)$. La solution affirmative a été obtenue en juin 2013 par A. Marcus, S. Spielman et N. Srivastava, suite à des traductions du problème en algèbre linéaire dues à J. Anderson, C. Akemann, N. Weaver,... Les résultats principaux concernent le plus grand zéro de l'espérance du polynôme caractéristique d'une somme de variables aléatoires indépendantes, à valeurs dans les matrices positives de rang 1.