Séminaire Nicolas Bourbaki

Samedi 25 janvier 2014

Nicolas BERGERON

Toute variété de dimension 3 compacte et asphérique est virtuellement Haken, *d'après Ian Agol et Daniel T. Wise*

La vieille conjecture – attribuée à Waldhausen et formulée en 1968 — dite « conjecture virtuellement Haken » était certainement la plus importante question ouverte concernant la topologie des variétés de dimension 3. Depuis la preuve de la conjecture de géométrisation par Grigori Perelman, elle ne restait plus à démontrer que pour les variétés hyperboliques. C'est ce que vient de faire Ian Agol en s'appuyant sur un travail de fond développé par Dani Wise. Mais Agol démontre bien plus, il démontre une conjecture de Wise qui a de nombreux corollaires : le groupe fondamental d'une variété hyperbolique compacte de dimension 3 possède un sous-groupe d'indice fini qui se surjecte sur un groupe libre non élémentaire, possède un sous-groupe d'indice fini qui est bi-ordonnable, s'injecte dans GL(n, $\mathbf{Z}$) pour un certain n, etc. Au point que Danny Calegari n'a pas hésité à écrire : « It is hard to think of a question about fundamental groups of hyperbolic 3-manifolds that it doesn't answer. » Agol déduit enfin de son théorème que toute variété hyperbolique compacte de dimension 3 est homéomorphe à la suspension d'une surface compacte par un difféomorphisme. Partant de ces questions classiques de topologie de petite dimension, je formulerai la conjecture de Wise et tâcherai de donner les grandes lignes de la démonstration d'Agol. Tout cela sera émaillé de divers dessins (de cubes).

Vincent COLIN

Réalisations géométriques de l'homologie de Khovanov par des homologies de Floer, *d'après Abouzaid-Seidel-Smith et Ozsváth-Szabó*

L'homologie de Khovanov est un invariant des entrelacs de S^3 défini à partir d'un diagramme planaire par de mystérieuses formules combinatoires. Ozsváth-Szabó (2005) et Seidel-Smith (2006) en fournissent des interprétations géométriques dans le cadre de l'homologie de Floer lagrangienne. L'équivalence annoncée récemment par Abouzaid et Smith entre l'homologie de Khovanov et son pendant symplectique devrait permettre de mieux cerner les applications potentielles de l'invariant initial.

Tristan RIVIÈRE

La conjecture de Willmore, *d'après André Arroja Neves et Fernando Codá Marques*

Il y a bientôt deux ans F. C. Marques et A. Neves ont mis en œuvre dans le cadre des courants rectifiables fermés de dimension 2 dans la sphère 3-dimensionnelle une méthode de min-max en théorie de la mesure géométrique due à F. Almgren et J. Pitts. Ils sont ainsi parvenus à démontrer que le fameux « tore de Clifford » minimise l'aire parmi toutes les surfaces minimales de genre non nul dans la sphère tridimensionnelle. Une des conséquences spectaculaires de ce résultat est la démonstration de la conjecture dite « de Willmore ».

Le but de cet exposé sera de rendre compte du cadre général du résultat de Marques et Neves, de la structure et de certains détails clés de la preuve, ainsi que de la portée de cette contribution remarquable au calcul des variations des surfaces en dimension 3.