Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 21 NOVEMBRE 2026

Exposé nº 1259

Bertrand RÉMY

Annulations en cohomologie unitaire et théorie géométrique des groupes, *d'après Uri Bader et Roman Sauer*

La cohomologie à valeurs dans des représentations unitaires a de multiples applications en-dehors de la pure théorie des groupes : en arithmétique et en géométrie notamment. La situation où le groupe considéré est un groupe de Lie, et celle où c'est un groupe discret, sont liées (par induction) quand ce dernier est un réseau d'un groupe de Lie. Classiquement, on passe ainsi de calculs de cohomologie de groupes discrets à des calculs de cohomologie à coefficients unitaires pour des groupes de Lie semi-simples. Les coefficients sont plus gros mais le groupe ambiant a une structure bien comprise, qui rigidifie la situation ; au moyen de réductions supplémentaires, on est ramené à des calculs de cohomologie relative d'algèbres de Lie (Borel et Wallach). Les travaux de Bader et Sauer permettent de se passer de l'hypothèse de cocompacité des réseaux et fournissent, entre autres, des résultats d'annulation jusqu'au rang du groupe de Lie ambiant. Les techniques utilisées reposent sur une combinaison d'algèbre homologique et d'analyse fonctionnelle, ainsi que sur l'usage inédit d'ingrédients de théorie géométrique des groupes.

Cancelations in unitary cohomology and geometric group theory, *after Uri Bader and Roman Sauer*

Cohomology with unitary coefficients has many applications apart from the field of group theory, e.g. in number theory and in geometry. The situation where the group under consideration is a Lie group and the situation where the group is discrete are related (by induction) when the discrete group is a lattice in a Lie group. Classically, one goes from computing the cohomology of a discrete group to computing the cohomology with unitary coefficients of a semisimple Lie group. The coefficients are bigger but the ambient group has a well understood structure making the situation more rigid ; by means of additional reductions, one is reduced to computing some relative Lie algebra cohomology spaces (Borel and Wallach). The work of Bader and Sauer enables one to get rid of the cocompactness condition and provides, among other things, vanishing results up to the rank of the ambient Lie group. The techniques they use rely on a combination of homological algebra and functional analysis, as well as original ingredients from geometric group theory.

Le texte de l'exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.