Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 21 NOVEMBRE 2026

Exposé nº 1258

Javier FRESÁN

Irrationalité de $L(2, \chi_{-3})$, *d'après Calegari, Dimitrov et Tang*

Je présenterai des idées récentes de Calegari, Dimitrov et Tang pour établir l'irrationalité de certaines périodes. Ils démontrent notamment que la valeur de la fonction L de Dirichlet $L(2, \chi_{-3}) = 1 - 1/4 + 1/16 - 1/25 + 1/49 - \cdots$ est irrationnelle, et même que les nombres 1, $\zeta(2)$ et $L(2, \chi_{-3})$ sont linéairement indépendants sur $\mathbf{Q}$. Un aspect remarquable de leur méthode est qu'elle ne nécessite pas la construction de nouvelles approximations rationnelles convergeant rapidement vers ces nombres. Elle repose plutôt sur des bornes supérieures pour les dimensions d'espaces vectoriels engendrés par certaines fonctions G dont les coefficients possèdent des dénominateurs contrôlés. Les travaux de Bost et Charles fournissent une interprétation de ces « bornes d'holonomie arithmétique » en termes de la méthode des pentes en géométrie d'Arakelov, et constituent un ingrédient clé pour obtenir des estimations suffisamment fortes pour les applications à l'irrationalité.

Irrationality of $L(2, \chi_{-3})$, *after Calegari, Dimitrov, and Tang*

I will discuss ideas recently introduced by Calegari, Dimitrov, and Tang to obtain new irrationality results for certain periods. They notably prove that the Dirichlet L-value $L(2, \chi_{-3}) = 1 - 1/4 + 1/16 - 1/25 + 1/49 - \cdots$ is irrational, and even that the numbers 1, $\zeta(2)$, and $L(2, \chi_{-3})$ are linearly independent over $\mathbf{Q}$. A remarkable feature of their method is that it does not require constructing new rapidly convergent rational approximations to these numbers. Instead, it relies on upper bounds for the dimensions of vector spaces generated by certain G-functions whose coefficients have controlled denominators. Work of Bost and Charles interprets these "arithmetic holonomy bounds" in terms of the slopes method in Arakelov geometry, and this perspective turns out to be a key ingredient in obtaining bounds strong enough to yield irrationality.

Le texte de l'exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.