Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 21 NOVEMBRE 2026

Exposé nº 1257

Pierre DEHORNOY

Abondance et finitude des flots d'Anosov en dimension 3, *d'après Barbot, Barthelmé, Béguin, Bonatti, Bowden, Colin, Fenley, Mann, Marty, Yu, ...*

Au carrefour de la dynamique et de la topologie, les flots d'Anosov sur les 3-variétés constituent une classe fondamentale de systèmes dynamiques. À équivalence orbitale près, l'espace de ces flots sur une variété donnée forme un ensemble au plus dénombrable.

La compréhension globale de ces objets s'articule autour de trois problématiques : l'existence (quelles 3-variétés admettent un flot d'Anosov ?), l'abondance (une variété peut-elle admettre un nombre arbitrairement grand de flots distincts ?) et la surabondance (peut-elle en admettre une infinité ?). Bien que le problème de l'existence résiste encore à une classification complète, des travaux récents ont apporté des réponses positives à la question de l'abondance, tout en établissant des théorèmes de finitude excluant la surabondance dans de nombreux cas.

Cet exposé dressera un panorama de ces développements récents, en articulant les techniques de construction et les obstructions. Un rôle central y est joué par l'espace des orbites du flot relevé au revêtement universel. Son étude a récemment permis à Barthelmé, Frankel et Mann de prouver qu'un flot d'Anosov est uniquement déterminé, à équivalence orbitale près, par l'ensemble des classes de conjugaison du groupe fondamental représentées par des orbites périodiques. Ce résultat fournit un outil de distinction fondamental.

Abundance and finiteness 3-dimensional Anosov flows, *after Barbot, Barthelmé, Béguin, Bonatti, Bowden, Colin, Fenley, Mann, Marty, Yu, ...*

At the crossroads of dynamics and topology, Anosov flows on 3-manifolds constitute a fundamental class of dynamical systems. Up to orbital equivalence, a given manifold supports at most countably many such flows.

The global understanding of these objects centers on three core questions : existence (which 3-manifolds admit an Anosov flow ?), abundance (can a manifold admit an arbitrarily large number of distinct flows ?), and overabundance (can it admit infinitely many ?). While a complete classification for existence remains elusive, recent breakthroughs have answered the question of abundance in the affirmative, while establishing finiteness theorems that rule out overabundance in many contexts.

This exposé provides an overview of these recent developments, bridging novel construction techniques with topological obstructions. A central role is played by the space of orbits of the flow lifted to the universal cover. The study of this space recently enabled Barthelmé, Frankel, and Mann to prove that an Anosov flow is uniquely determined, up to orbital equivalence, by the set of conjugacy classes in the fundamental group represented by periodic orbits. This landmark result provides a powerful tool for distinguishing flows.

Le texte de l'exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.