Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 24 JUIN 2023

Exposé n° 1210

Vincent TASSION

Invariance par rotation pour la percolation planaire, *d'après Hugo Duminil-Copin, Karol Kajetan Kozlowski, Dmitry Krachun, Ioan Manolescu et Mendes Oulamara*

On considère la percolation indépendante critique sur le réseau carré $\mathbb{Z}^2$, vu comme un graphe : Pour chaque arête, on joue à pile ou face, l'arête est gardée avec probabilité $1/2$, elle est effacée sinon. On obtient ainsi un sous-graphe aléatoire de $\mathbb{Z}^2$. La loi de ce graphe aléatoire est invariante par rotation d'angle $\pi/2$, car elle hérite des symétries du réseau. Mais si l'on considère les grandes composantes connexes, de nouvelles symétries émergent : Hugo Duminil-Copin, Karol Kajetan Kozlowski, Dmitry Krachun, Ioan Manolescu et Mendes Oulamara ont montré que la loi de ces composantes connexes est asymptotiquement invariante par toutes les rotations. Ce résultat constitue une avancée majeure vers la compréhension des phénomènes critiques en mécanique statistique planaire : la conjecture principale dans le domaine est que la loi des grandes composantes connexes est en fait invariante par transformation conforme, et elle satisfait un principe d'universalité : cette loi asymptotique ne dépend pas du réseau sous-jacent. Dans cet exposé nous donnerons un sens rigoureux à ces énoncés, puis discuterons certains aspects essentiels : quel rôle joue le paramètre $1/2$? Quelles raisons heuristiques justifient l'émergence de ces symétries ? Quelles sont les idées principales pour l'invariance par rotation ?

Rotation invariance for planar percolation, *after Hugo Duminil-Copin, Karol Kajetan Kozlowski, Dmitry Krachun, Ioan Manolescu, and Mendes Oulamara*

We consider critical percolation on the square lattice $\mathbb{Z}^2$, seen as a graph : For each edge, we flip a coin, the edge is kept with probability $1/2$, otherwise it is deleted, independently of the other edges. This gives rise to a random subgraph of $\mathbb{Z}^2$. The law of this random subgraph is invariant under $\pi/2$-rotation, because it inherits the symmetries of the lattice. But if we consider the large connected components, new symmetries emerge : Hugo Duminil-Copin, Karol Kajetan Kozlowski, Dmitry Krachun, Ioan Manolescu, and Mendes Oulamara have shown that the law of these components is asymptotically invariant under all rotations. This result constitutes a major advance towards the understanding of critical phenomena in planar statistical mechanics : the main conjecture in the field is that the law of large connected components is in fact invariant under conformal transformations, and it satisfies a universality principle : this asymptotic law does not depend on the underlying lattice. In this talk we will give a rigorous meaning to these statements, and then discuss some essential aspects : what role does the parameter $1/2$ play ? What heuristic reasons justify the emergence of symmetries ? What are the main ideas for invariance by rotation ?

Le texte de l’exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.