

Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 19 NOVEMBRE 2022

Exposé n° 1200

Silvain RIDEAU-KIKUCHI

Sur un théorème de Lang–Weil tordu, d’après Ehud Hrushovski, Kadattur V. Shuddhodan et Yakov Varshavsky

Le théorème d’approximation de Lang–Weil donne une estimation du nombre de points dans une variété V (géométriquement intègre) sur un corps fini F : il y en a de l’ordre de $|F|^d$ où d est la dimension de la variété V . Puisque F est le corps fixé d’un automorphisme de Frobenius ϕ , cette question peut se reformuler comme celle d’estimer le nombre de points dans l’intersection de la diagonale de V^2 avec le graphe de ϕ . Dans cet exposé, nous considérerons une généralisation, due à Hrushovski, de cet énoncé à d’autres variétés que la diagonale et nous exposerons les ingrédients d’une preuve récente par Shuddhodan et Varshavsky.

Nous exposerons aussi certaines des nombreuses conséquences de cet énoncé en dynamique algébrique, ainsi qu’en théorie des modèles. L’une d’entre elle, particulièrement frappante, est que, de même qu’Ax avait pu, grâce aux estimations de Lang–Weil, donner une caractérisation de la « théorie des corps finis », ces estimations tordues permettent de caractériser la « théorie des automorphismes de Frobenius » et de montrer que c’est la théorie d’un automorphisme générique.

On a twisted Lang–Weil theorem, after Ehud Hrushovski, Kadattur V. Shuddhodan, and Yakov Varshavsky

The Lang–Weil approximation theorem gives an estimate of the number of points in a (geometrically integral) variety V over a finite field F : there are of the order of $|F|^d$ where d is the dimension of the variety V . Since F is the fixed field of a Frobenius automorphism ϕ , this question can be rephrased as that of estimating the number of points in the intersection of the diagonal of V^2 with the graph of ϕ . In this talk, we will consider a generalization, due to Hrushovski, of this statement to other varieties than the diagonal and we will expose the ingredients of a recent proof by Shuddhodan and Varshavsky.

We will also show some of the many consequences of this statement in algebraic dynamics, as well as in model theory. One of them, particularly striking, is that, just as Ax had been able to characterize the “theory of finite fields”, these twisted estimates allow us to characterize the “theory of Frobenius automorphisms” and to show that it is the theory of a generic automorphism.

*Le texte de l’exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.*