

Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 19 NOVEMBRE 2022

Exposé n° 1198

François GOLSE

Validité de la théorie cinétique des gaz : au-delà de l'équation de Boltzmann,

d'après T. Bodineau, I. Gallagher, L. Saint-Raymond et S. Simonella

L'obtention d'une justification rigoureuse de la théorie cinétique des gaz à partir du principe fondamental de la dynamique, dû à Newton, pour un grand nombre de sphères identiques interagissant par collisions binaires élastiques, est un problème formulé par Hilbert en 1900 (6^e problème). En 1975, Lanford a démontré la validité de l'équation de Boltzmann sur un intervalle de temps très court, de l'ordre d'une fraction du laps de temps moyen entre deux collisions successives subies par une même particule. Ce résultat de Lanford peut être interprété comme une sorte de « loi des grands nombres » lorsque le nombre de particules tend vers l'infini. Ce point de vue pose plusieurs questions.

D'abord, le cœur de l'argument utilisé par Boltzmann pour aboutir à l'équation portant son nom est l'hypothèse que deux particules sur le point d'entrer en collision sont presque indépendantes statistiquement. Ceci suggère d'examiner la validité de cette hypothèse en étudiant la dynamique des corrélations entre particules. D'autre part, l'interprétation de l'équation de Boltzmann comme loi des grands nombres conduit à étudier précisément les fluctuations de la mesure empirique dans l'espace des phases autour de sa moyenne (dont l'évolution est décrite par l'équation de Boltzmann). Une série d'articles récents de T. Bodineau, I. Gallagher, L. Saint-Raymond et S. Simonella répond à ces diverses questions et permet d'aller au-delà de l'équation de Boltzmann dans la compréhension de la théorie cinétique des gaz.

Validity of the kinetic theory of gases : beyond the Boltzmann equation,

after T. Bodineau, I. Gallagher, L. Saint-Raymond, and S. Simonella

Obtaining a rigorous justification of the kinetic theory of gases from Newton's second law of dynamics for a large number of identical spheres interacting by elastic binary collisions, is a problem formulated by Hilbert in 1900 (Hilbert's 6th problem). In 1975, Lanford demonstrated the validity of the Boltzmann equation over a very short time interval, of the order of a fraction of the average time between two successive collisions experienced by the same particle. This result of Lanford can be interpreted as a kind of "law of large numbers" as the number of particles tends to infinity. This point of view raises several questions.

First, the core of the argument used by Boltzmann to arrive at the equation bearing his name is the assumption that two particles about to collide are statistically almost independent. This suggests to examine the validity of this hypothesis by studying the dynamics of correlations between particles. On the other hand, the interpretation of the Boltzmann equation as a law of large numbers leads

to study precisely the fluctuations of the phase space empirical measure of the particle system about its mean (whose evolution is described by the Boltzmann equation). A series of recent papers by T. Bodineau, I. Gallagher, L. Saint-Raymond and S. Simonella answers these various questions and allows going beyond the Boltzmann equation in the understanding of the kinetic theory of gases.

*Le texte de l'exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.*