Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 19 NOVEMBRE 2022

Exposé n° 1197

Javier FRESÁN

La conjecture des dénominateurs non bornés,
d'après Calegari, Dimitrov et Tang

Soit f une forme modulaire pour un sous-groupe d'indice fini de $SL_2(\mathbf{Z})$ dont les coefficients de Fourier sont algébriques. Il résulte de la théorie classique des formes modulaires que les coefficients de f sont à dénominateurs bornés lorsque le sous-groupe est de congruence. À la fin des années 60, Atkin et Swinnerton-Dyer ont conjecturé que, réciproquement, une forme à dénominateurs bornés est toujours modulaire pour un sous-groupe de congruence. J'expliquerai une preuve récente de cette conjecture due à Calegari, Dimitrov et Tang. Elle repose sur de belles interactions entre un nouveau théorème d'algébricité pour les séries entières, la théorie de Nevanlinna pour des uniformisations explicites du plan complexe privé des racines de l'unité et le fait que $SL_2(\mathbf{Z}(1/p))$ possède la propriété des sous-groupes de congruence.

The unbounded denominators conjecture,
after Calegari, Dimitrov and Tang

Let f be a modular form for a finite index subgroup Γ of $SL_2(\mathbf{Z})$ whose Fourier coefficients are algebraic numbers. It follows from the classical theory of modular forms that these coefficients have bounded denominators when Γ is a congruence subgroup. In the late 1960s, Atkin and Swinnerton-Dyer conjectured that, conversely, a form with bounded denominators is always modular for a congruence subgroup. I will explain a recent proof of this conjecture by Calegari, Dimitrov, and Tang. It relies on beautiful interactions between a new algebraic theorem for integer series, Nevanlinna's theory for explicit uniformizations of the complex plane minus the roots of unity, and the fact that $SL_2(\mathbf{Z}(1/p))$ has the congruence subgroup property.

Le texte de l'exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.