

Séminaire N. Bourbaki

SAMEDI 27 NOVEMBRE 2021

Exposé n° 1186

Sylvy ANSCOMBE

Shelah's Conjecture and Johnson's Theorem

The "Shelah Conjecture" proposes a description of fields whose first-order theories are without the Independence Property (IP) : they are finite, separably closed, real closed, or admit a non-trivial henselian valuation. One of the most prominent dividing lines in the contemporary model-theoretic universe, IP holds in a theory if there is a formula that can define arbitrary subsets of arbitrarily large finite sets. In 2020, Johnson gave a proof of the conjecture in an important case ; namely, the case of dp-finite (roughly : finite dimensional) theories of fields. Combined with a result of Halevi–Hasson–Jahnke, Johnson's Theorem completely classifies the dp-finite theories of fields.

We will explain this classification, describe some ingredients of the proof, and explore how Johnson's Theorem and the Shelah Conjecture fit into the bigger picture.

Conjecture de Shelah et théorème de Johnson

La « conjecture de Shelah » cherche à donner une description des corps dont la théorie du premier ordre ne satisfait pas la propriété d'indépendance (IP) : ce sont les corps finis, les corps séparablement clos, les corps réels clos ou les corps admettant une valuation hensélienne non triviale. Ligne de démarcation parmi les plus importantes dans l'univers de la théorie des modèles contemporaine, l'IP est satisfaite par une théorie s'il existe une formule qui permet de définir toutes les parties d'un ensemble fini arbitraire. En 2020, Johnson donna une démonstration d'un cas important de la conjecture : celui d'une théorie de corps dp-finie (essentiellement : de dimension finie). Combinée avec un résultat de Halevi–Hasson–Jahnke, le théorème de Johnson donne une classification complète des théories de corps dp-finies.

Nous expliquerons cette classification, décrirons quelques ingrédients de la démonstration et explorerons comment le théorème de Johnson et la conjecture de Shelah s'inscrivent dans une plus grande vision d'ensemble.

*Le texte de l'exposé sera disponible après le Séminaire.
The text of the talk will be made available after the Seminar.*